

EL TEOREMA DE COMPLETITUD SEMÁNTICA

Teorema 8. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje formal y $\mathcal{L}'$ el lenguaje resultante de añadir a $\mathcal{L}$ una constante c (o bien c ya está en $\mathcal{L}$, en cuyo caso $\mathcal{L}'$ es simplemente $\mathcal{L}$). Si c no está en una fórmula α y $\vdash_{K_{\mathcal{L}'}} S_x^c \alpha$ con una demostración en la que no aparece la variable x , entonces $\vdash_{K_{\mathcal{L}}} \alpha$.

Teorema 9. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje formal y $\mathcal{L}'$ el lenguaje resultante de añadir a $\mathcal{L}$ una constante c (o bien c ya está en $\mathcal{L}$, en cuyo caso $\mathcal{L}'$ es simplemente $\mathcal{L}$). Si $\Gamma \cup \{\exists x \alpha\}$ es una colección consistente de sentencias de $\mathcal{L}$ en las que no aparece la constante c , entonces $\Gamma \cup \{\exists x \alpha\} \cup \{S_x^c \alpha\}$ es consistente.

Teorema 10. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje formal y $\mathcal{L}'$ un lenguaje formal con los mismos signos que $\mathcal{L}$ más una sucesión infinita de constantes $d_0, d_1, \dots$ que no están en $\mathcal{L}$. Si Γ es una colección consistente de sentencias de $\mathcal{L}$, entonces existe una colección Γ_∞ de sentencias de $\mathcal{L}'$ que contiene a Γ y que es maximalmente consistente y ejemplificada.

Teorema 11. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje formal y Γ una colección de sentencias de $\mathcal{L}$ sin descriptor. Entonces Γ tiene un modelo numerable.

Teorema 12. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje formal y $\mathcal{L}'$ el lenguaje resultante de añadir a $\mathcal{L}$ una constante c (o bien c ya está en $\mathcal{L}$, en cuyo caso $\mathcal{L}'$ es simplemente $\mathcal{L}$). Si Γ es una colección consistente de sentencias de $\mathcal{L}$ en las que no aparece la constante c , entonces $\Gamma \cup \{c = x | (x = x)\}$ es consistente.

Teorema 13. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje formal y Γ un conjunto consistente de sentencias de $\mathcal{L}$. Entonces Γ tiene un modelo numerable.

Teorema 14. Una colección de fórmulas sobre un lenguaje formal $\mathcal{L}$ es consistente si, y solo si, tiene un modelo (que podemos tomar numerable).