

Sistema deductivo formal $K_{\mathcal{L}}$

Axiomas:

$$K1 \quad \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$K2 \quad (\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$$

$$K3 \quad (\neg\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$K4 \quad \forall x_i \alpha \rightarrow S_{x_i}^t \alpha$$

$$K5 \quad \forall x_i (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \forall x_i \beta) \text{ si } x_i \text{ no est libre en } \alpha$$

$$K6 \quad \forall x_i (x_i = t \rightarrow \alpha) \leftrightarrow S_{x_i}^t \alpha \text{ si } x_i \text{ no est libre en } t$$

$$K7 \quad \exists! x_i \alpha \rightarrow S_{x_i}^{x_i|\alpha} \alpha$$

$$K8 \quad \neg \exists! x_i \alpha \rightarrow x_i | \alpha = x_j | (\alpha = x_j = x_j)$$

Reglas de inferencia primitivas:

- Modus ponendo ponens (MP): de α y $\alpha \rightarrow \beta$ es consecuencia inmediata β .
- Introducción del generalizador (IG): de α es consecuencia inmediata $\forall x_i \alpha$.

Reglas derivadas de inferencia

$$(R) \quad \vdash \alpha \rightarrow \alpha \qquad (MB) \quad \vdash ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$$

• Reglas relacionadas con el negador y la implicacin

(DN) $\vdash \alpha \rightarrow \neg\neg\alpha$	(DN) $\vdash \neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$
(NI) $\vdash (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$	(NI) $\vdash (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
(NI) $\vdash (\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \neg\alpha)$	(NI) $\vdash (\neg\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \alpha)$
(NI ₁) $\vdash \neg(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \wedge \neg\beta)$	(NI ₁) $\vdash (\alpha \wedge \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \rightarrow \beta)$
(MT) $\vdash ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge \neg\beta) \rightarrow \neg\alpha$	(MT) $\vdash ((\alpha \rightarrow \neg\beta) \wedge \beta) \rightarrow \neg\alpha$
(C) $\vdash (\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta$	(C) $\vdash (\alpha \leftrightarrow \neg\alpha) \rightarrow \beta$

• Reglas relacionadas con el disyuntor

(EDI) $\vdash (\alpha \vee \beta) \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$	(EDI) $\vdash (\neg\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \vee \beta)$
(MTP) $\vdash ((\alpha \vee \beta) \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta$	(MTP) $\vdash ((\alpha \vee \beta) \wedge \neg\beta) \rightarrow \alpha$
(TND) $\vdash \alpha \vee \neg\alpha$	(TND) $\vdash \neg\alpha \vee \alpha$
(ID) $\vdash \alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$	(ID) $\vdash \alpha \rightarrow (\beta \vee \alpha)$
(ED) $\vdash (\alpha \vee \alpha) \rightarrow \alpha$	Dil $\vdash ((\alpha \rightarrow \gamma) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow$ $(\alpha \vee \beta \rightarrow \gamma)$

• Reglas relacionadas con el conjuntor

(DM) $\vdash (\alpha \wedge \beta) \rightarrow \neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$	(DM) $\vdash \neg(\neg\alpha \vee \neg\beta) \rightarrow (\alpha \wedge \beta)$
(DM) $\vdash (\alpha \vee \beta) \rightarrow \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$	(DM) $\vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta) \rightarrow (\alpha \vee \beta)$
(DM) $\vdash \neg(\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\neg\alpha \vee \neg\beta)$	(DM) $\vdash (\neg\alpha \vee \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \wedge \beta)$
(DM) $\vdash \neg(\alpha \vee \beta) \rightarrow (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$	(DM) $\vdash (\neg\alpha \wedge \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \vee \beta)$
(NC) $\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$	(IC) $\alpha, \beta \vdash \alpha \wedge \beta$
(EC) $\vdash (\alpha \wedge \beta) \rightarrow \alpha$	(EC) $\vdash (\alpha \wedge \beta) \rightarrow \beta$

• Reglas relacionadas con el bicondicionador

(IB) $\vdash ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)) \rightarrow$ $(\alpha \leftrightarrow \beta)$	(IB) $\vdash ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)) \rightarrow$ $(\beta \leftrightarrow \alpha)$
(EB) $\vdash (\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$	(EB) $\vdash (\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
(MBB) $\vdash ((\alpha \leftrightarrow \beta) \wedge (\beta \leftrightarrow \gamma)) \rightarrow$ $(\alpha \leftrightarrow \gamma)$	(MBB) $\vdash ((\alpha \leftrightarrow \beta) \wedge (\gamma \leftrightarrow \beta)) \rightarrow$ $(\alpha \leftrightarrow \gamma)$
(SE) $\vdash ((\alpha \leftrightarrow \beta) \wedge \alpha) \rightarrow \beta$	(SE) $\vdash ((\alpha \leftrightarrow \beta) \wedge \beta) \rightarrow \alpha$

• Reglas relacionadas con los cuantificadores

(EG) $\vdash \forall x\alpha \rightarrow S_x^t\alpha$	(EG) $\vdash \forall x\alpha \rightarrow \alpha$
(NG) $\vdash \neg(\forall x\neg\alpha) \rightarrow \exists x\alpha$	(NG) $\vdash \exists x\alpha \rightarrow \neg(\forall x\neg\alpha)$
(NG) $\vdash \neg(\forall x\alpha) \rightarrow \exists x\neg\alpha$	(NG) $\vdash \exists x\neg\alpha \rightarrow \neg(\forall x\alpha)$
(NP) $\vdash \neg(\exists x\alpha) \rightarrow \forall x\neg\alpha$	(NP) $\vdash \forall x\neg\alpha \rightarrow \neg(\exists x\alpha)$
(NP) $\vdash \neg(\exists x\neg\alpha) \rightarrow \forall x\alpha$	(NP) $\vdash \forall x\alpha \rightarrow \neg(\exists x\neg\alpha)$
(IP) $\vdash S_x^t\alpha \rightarrow \exists x\alpha$	(IP) $\vdash \alpha \rightarrow \exists x\alpha$

• Reglas relacionadas con el igualador

Si x no está libre en t :

(II) $\vdash S_x^t\alpha \rightarrow \forall x(x = t \rightarrow \alpha)$	(EI) $\vdash \forall x(x = t \rightarrow \alpha) \rightarrow S_x^t\alpha$
---	---

Sin ninguna restricción en las variables libres:

(I) $\vdash t = t$	(SI) $\vdash t_1 = t_2 \rightarrow t_2 = t_1$
(TI) $\vdash (t_1 = t_2 \wedge t_2 = t_3) \rightarrow t_1 = t_3$	
(ETI) $\vdash (t_1 = t_2 \wedge S_x^{t_2}\alpha) \rightarrow S_x^{t_1}\alpha$	(ETI) $\vdash t_1 = t_2 \rightarrow S_x^{t_1}t = S_x^{t_2}t$

• Reglas relacionadas con el descriptor

(DP) $\vdash \exists!x\alpha \rightarrow S_x^{x \alpha}\alpha$	(DI) $\vdash \neg(\exists!x\alpha) \rightarrow x \alpha = y (y = y)$
--	--