

Álgebra del cálculo proposicional

1. $\vdash \alpha \wedge \beta \leftrightarrow \beta \wedge \alpha$
2. $\vdash \alpha \vee \beta \leftrightarrow \beta \vee \alpha$
3. $\vdash (\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \leftrightarrow \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$
4. $\vdash (\alpha \vee \beta) \vee \gamma \leftrightarrow \alpha \vee (\beta \vee \gamma)$
5. $\vdash \alpha \wedge \alpha \leftrightarrow \alpha$
6. $\vdash \alpha \vee \alpha \leftrightarrow \alpha$
7. $\vdash \alpha \wedge (\beta \vee \alpha) \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \alpha)$
8. $\vdash \alpha \vee (\beta \wedge \alpha) \leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \alpha)$

Fórmulas equivalentes

1. $\vdash (\alpha \leftrightarrow \alpha') \leftrightarrow (\neg \alpha \leftrightarrow \neg \alpha')$
2. $\vdash ((\alpha \leftrightarrow \alpha') \wedge (\beta \leftrightarrow \beta')) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow (\alpha' \rightarrow \beta'))$
3. $\vdash ((\alpha \leftrightarrow \alpha') \wedge (\beta \leftrightarrow \beta')) \rightarrow ((\alpha \vee \beta) \leftrightarrow (\alpha' \vee \beta'))$
4. $\vdash ((\alpha \leftrightarrow \alpha') \wedge (\beta \leftrightarrow \beta')) \rightarrow ((\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\alpha' \wedge \beta'))$
5. $\vdash ((\alpha \leftrightarrow \alpha') \wedge (\beta \leftrightarrow \beta')) \rightarrow ((\alpha \leftrightarrow \beta) \leftrightarrow (\alpha' \leftrightarrow \beta'))$
6. $\vdash \forall x(\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\forall x \alpha \leftrightarrow \forall x \beta)$
7. $\vdash \forall x(\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\exists x \alpha \leftrightarrow \exists x \beta)$
8. $\vdash \forall x(\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\exists! x \alpha \leftrightarrow \exists! x \beta)$

Equivalencias de los cuantificadores

Si x no está libre en α :

1. $\vdash (\alpha \rightarrow \forall x \beta) \leftrightarrow \forall x(\alpha \rightarrow \beta)$
2. $\vdash (\alpha \rightarrow \exists x \beta) \leftrightarrow \exists x(\alpha \rightarrow \beta)$
3. $\vdash (\alpha \vee \forall x \beta) \leftrightarrow \forall x(\alpha \vee \beta)$
4. $\vdash (\alpha \vee \exists x \beta) \leftrightarrow \exists x(\alpha \vee \beta)$

Si x no está libre en β :

1. $\vdash (\forall x \alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow \exists x(\alpha \rightarrow \beta)$

2. $\vdash (\exists x \alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow \forall x (\alpha \rightarrow \beta)$
3. $\vdash (\forall x \alpha \wedge \beta) \leftrightarrow \forall x (\alpha \wedge \beta)$
4. $\vdash (\exists x \alpha \wedge \beta) \leftrightarrow \exists x (\alpha \wedge \beta)$

Existencia con unicidad

Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje formal, α una fórmula, $x_1, \dots, x_n$ variables cualesquiera e $y_1, \dots, y_n$ variables que no están libres en α y distintas de $x_1, \dots, x_n$. Se cumplen:

1. $\vdash \exists! x_1 \dots x_n \alpha \leftrightarrow \exists y_1 \dots y_n \forall x_1 \dots x_n (\alpha \leftrightarrow y_1 = x_1 \wedge \dots \wedge y_n = x_n)$
2. $\vdash \exists! x_1 \dots x_n \alpha \leftrightarrow \exists x_1 \dots x_n \alpha \wedge$
 $\forall x_1 \dots x_n y_1 \dots y_n \left((\alpha \wedge S_{x_1}^{y_1} \dots S_{x_n}^{y_n} \alpha) \rightarrow y_1 = x_1 \wedge \dots \wedge y_n = x_n \right)$

Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje formal, α una fórmula, x una variable y t_1, t_2 términos cualesquiera de $\mathcal{L}$. Se cumple que:

$$\vdash \exists! \alpha \wedge S_x^{t_1} \alpha \wedge S_x^{t_2} \alpha \rightarrow t_1 = t_2$$