• ¿Cuántas veces al día forman un ángulo recto las manecillas (horas y minutos) de un reloj?

Como tras 12h vuelven a la posición inicial, basta calcular el número en este periodo y multiplicar por 2.

Ahora, si es t el número de minutos transcurridos, el ángulo formado por las manecillas (en grados) es:

$$\left.\begin{aligned} \theta_h &= \frac{360}{60\cdot 12}\, t = \frac{1}{2}\cdot t \\ \theta_m &= \frac{360}{60}\, t = 6\, t \end{aligned}\right\}$$

Formarán un ángulo de $90°$ si

$$\theta_m - \theta_h \equiv_{360} 90$$

o

$$\theta_m - \theta_h \equiv_{360} 270$$

Luego si

$$\left.\begin{aligned} \frac{11}{2} t &= 90 + 360k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ \frac{11}{2} t &= 270 + 360\ell, \quad \ell \in \mathbb{Z} \end{aligned}\right\}$$

Por tanto, como $t \in [0, 720]$ y

$$t = \frac{2}{11}(90 + 360k), \ k \in \mathbb{Z}$$

o

$$t = \frac{2}{11}(270 + 360l), \ l \in \mathbb{Z}$$

debe ser

$$0 \leq \frac{2}{11}(90 + 360k) \leq 720 \rightarrow -0'25 \leq k \leq 10'75 \rightarrow 0 \leq k \leq 10$$

$$0 \leq \frac{2}{11}(270 + 360l) \leq 720 \rightarrow -0'75 \leq l \leq 10'25 \rightarrow 0 \leq l \leq 10$$

Con todo, t y l pueden tomar entre ambos 22 valores,

y concluimos que el número final de veces que

forman un ángulo recto es **44.**